

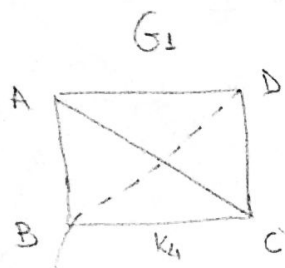
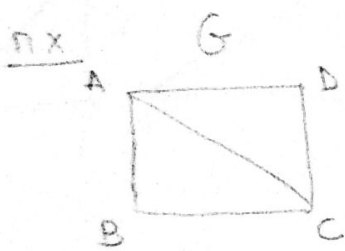
Χρωματικά Πολυώνυμα

γράφημα το πλήθος των χρωματισμών

Χρωματικό πολυώνυμο ενός γραφήματος G , ορίζεται $P(G, k)$ και δίνει το πλήθος των διαφορετικών τρόπων που μπορούν να χρωματισθούν οι κόμβοι του γραφήματος G με k χρώματα

• Εάν έχω ένα πλήρες γράφημα όπου όλες οι κορυφές του συνδέονται τότε: $P(K_n, k) = k(k-1) \dots (k-n+1)$

• $P(G, k) = P(G_1, k) + P(G_2, k)$, όπου $G_1 = G + (u, v)$ και $G_2 = G / (u, v)$



αυτή λείπει

$$P(K_4, k) = k(k-1)(k-2)(k-3)$$

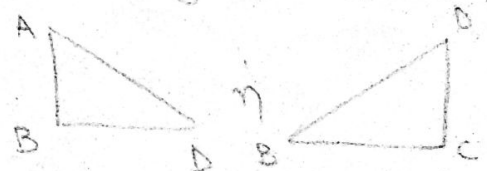
G_2

Για να φέρω την BD "έξω" την AC, άρα πρέπει να την διαψω

Πως: έχω 2 επιλογές

για την επιλογή των B, D μπορεί να διαψω την A ή τη C και μαζί τους όλες τις πλευρές που συνδέονται, αντίστοιχα

Αν θα έχω για το G_2

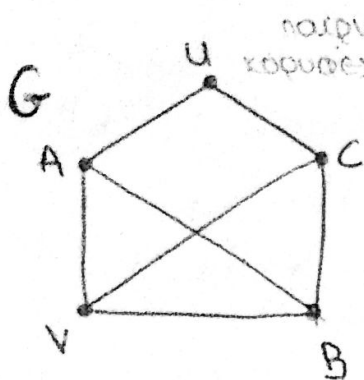


(διαίρεσης την C) (διαίρεσης την A)

$$P(K_3, k) = k(k-1)(k-2)$$

Άρα, $P(G, k) = P(K_4, k) + P(K_3, k) = k(k-1)(k-2)^2$

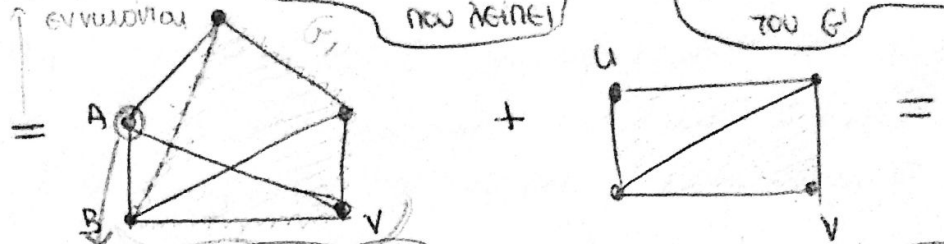
1.1. Έστω ένα γραφικό G , και παίρνουμε το κρυπτατικό του πολυώνυμο. (με (u,v) θα συμβολίζω το δε φάσος τις κορυφές που δεν ενώνονται)



παίρνουμε τις κορυφές που δεν ενώνονται

$G = G_1 + \text{μία ακμή που λείπει}$

G'' είναι η ελλιπής του G'

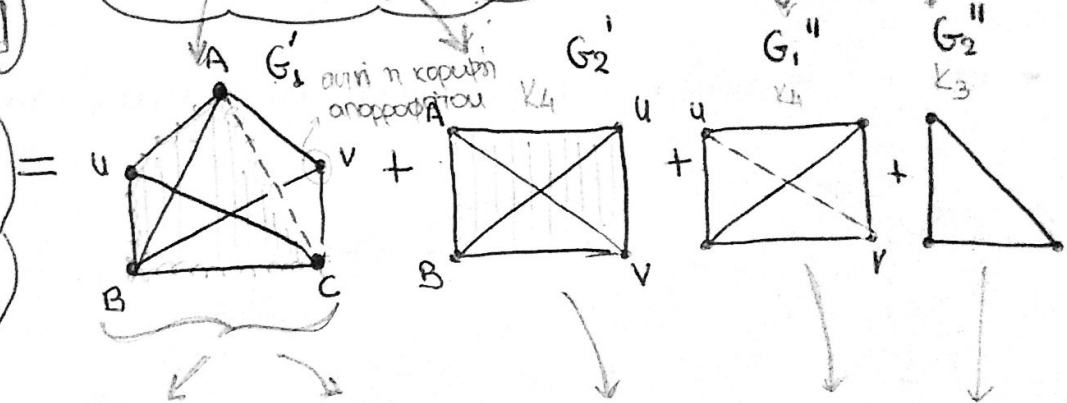


αρα απορροφάται αυτή η κορυφή και μαζί όλες οι ακμές που ενδέονται μαζί της, έτσι αγγαίμε στο

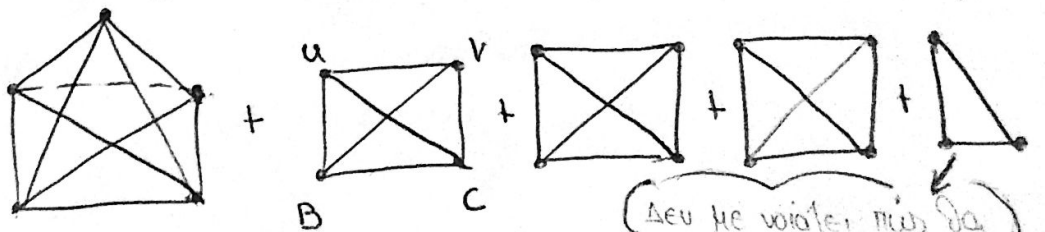
πρόσχημα ότι λείπει μία ακμή

Πάντα θα έχω στο μυαλό μου: $G = G_1 + G_2$

- G_2'' είναι η ελλιπής του G_1''
- G_2' είναι η ελλιπής του G_1'



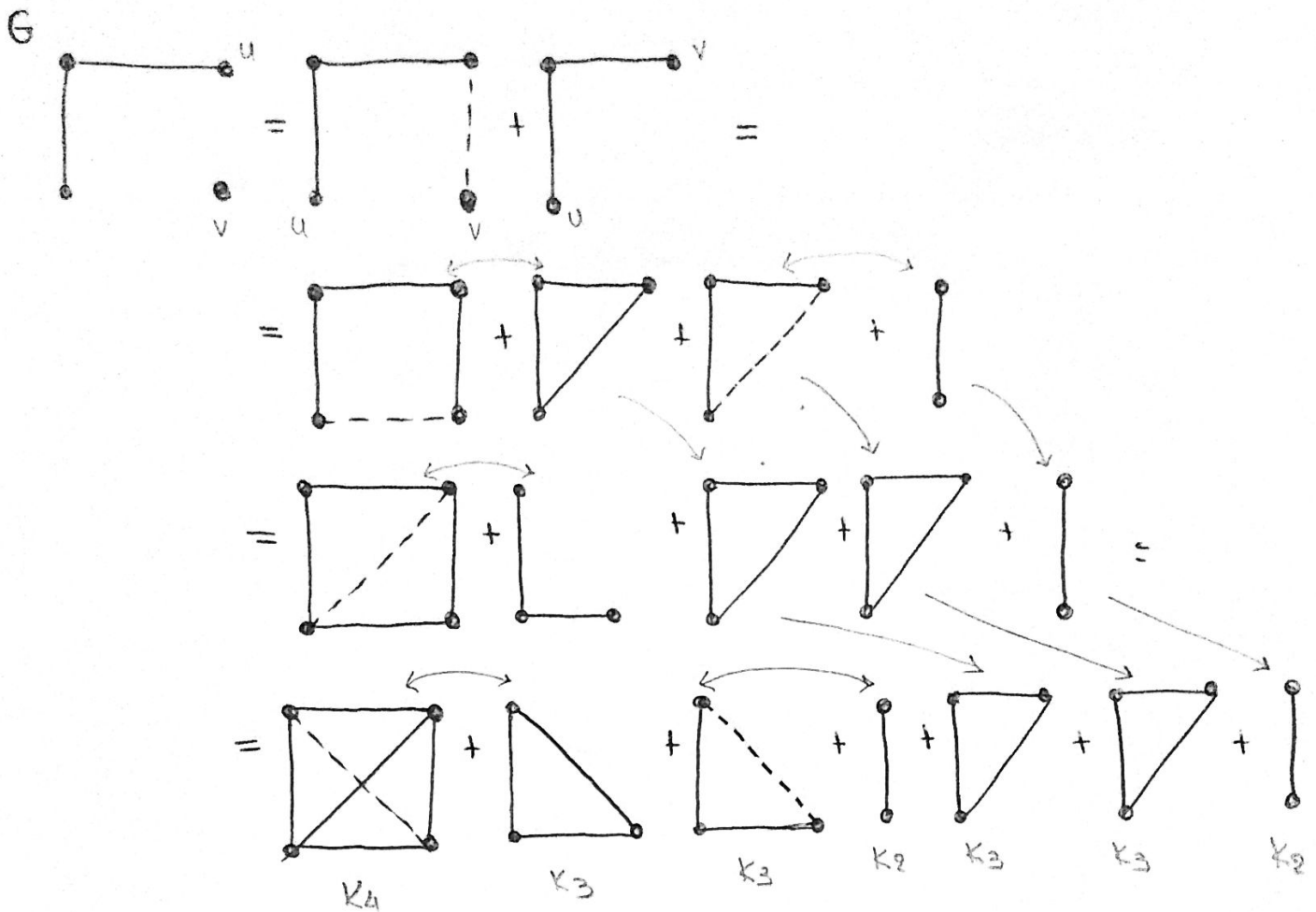
Αυτή η διαδικασία $G = G_1 + G_2$ τελειώνει όταν έχω πλήρες γραφικό (ότι όλες οι κορυφές ενώνονται μεταξύ τους)



Δεν με νοιάζει πώς θα είναι το τρίγωνο, με ενδιαφέρει ότι θα έχω 3 κορυφές

$$P(G, k) = P(K_5, k) + 3P(K_4, k) + P(K_3, k) = k(k-1)(k-2)(k-3)(k-4) + 3k(k-1)(k-2)(k-3) + k(k-1)(k-2)$$

Άσκηση: Βρείτε το χρωματικό πολυώνυμο για το γραφικό G .



$$\begin{aligned}
 P(G, k) &= P(K_4, k) + 4 \cdot P(K_3, k) + 2 \cdot P(K_2, k) = \\
 &= k(k-1)(k-2)(k-3) + 4k(k-1)(k-2) + 2k(k-1) = \\
 &= k(k-1)(k-2) \cdot [k-3+4] + 2k(k-1) = \\
 &= k(k-1)(k-2)(k+1) + 2k(k-1) = \\
 &= k(k-1) \cdot [(k-2)(k+1) + 2] = \\
 &= k(k-1) \cdot [k^2 + k - 2k - 2 + 2] = \\
 &= k(k-1) \cdot (k^2 - k) = \\
 &= k(k-1) \cdot k \cdot (k-1) = \\
 &= k^2 \cdot (k-1)^2
 \end{aligned}$$