Μαθημα 8ο 20/12/2019

Θεωρια Γραφημάτων

Χρωματικά Πολυώνυμα

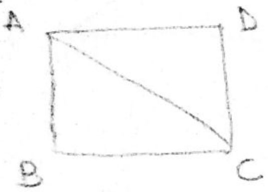
Χρωματικό πολυώνυμο ενός γραφήματος G (γράφημα), συμβολίζεται $P(G, K)$ (K: το πλήθος των χρωμάτων) και δίνει το πλήθος των διαφορετικών τρόπων που μπορούν να χρωματισθούν οι κόμβοι του γραφήματος G με K χρώματα

- Εαν έχω ενα πλήρες γράφημα οπου όλες οι κορυφές του συνδέονται τοτε: $P(K_n, K) = K(K-1)\dots(K-n+1)$

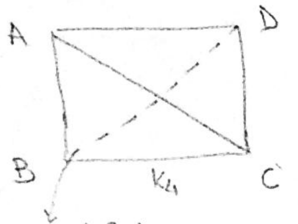
- $P(G, K) = P(G_1, K) + P(G_2, K)$, όπου $G_1 = G + (u,v)$ και $G_2 = G/(u,v)$

π.χ.

G



G_1



αυτή λείπει

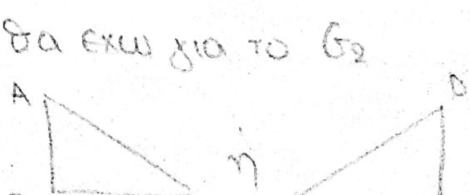
$P(K_4, K) = K(K-1)(K-2)(K-3)$

G_2

Για να φέρω την BD "βρίσκω" την AC, άρα πρέπει να την διώξω

Πώς; Έχω 2 επιλογές για την σύμπτυξη των B, D μπορώ να διώξω την A ή τη C και μαζί τους όλες τις πλευρές που συνδέονται, αντίστοιχα

Δηλ θα έχω για το G_2

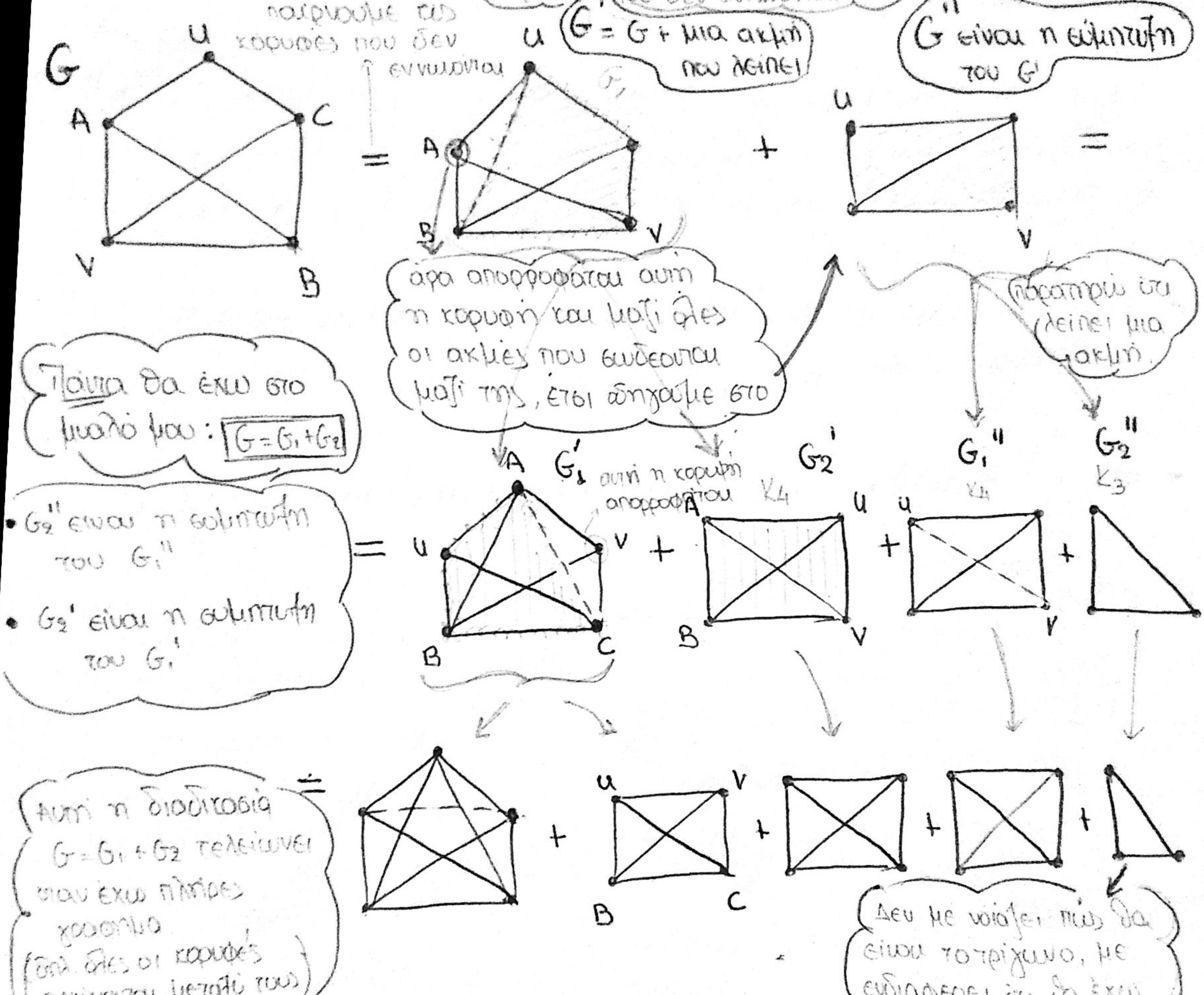


(διώχνοντας την C) (διώχνοντας την A)

$\Rightarrow P(K_3, K) = K(K-1)(K-2)$

Άρα, $P(G, K) = P(K_4, K) + P(K_3, K) =$
$= K(K-1)(K-2)^2$

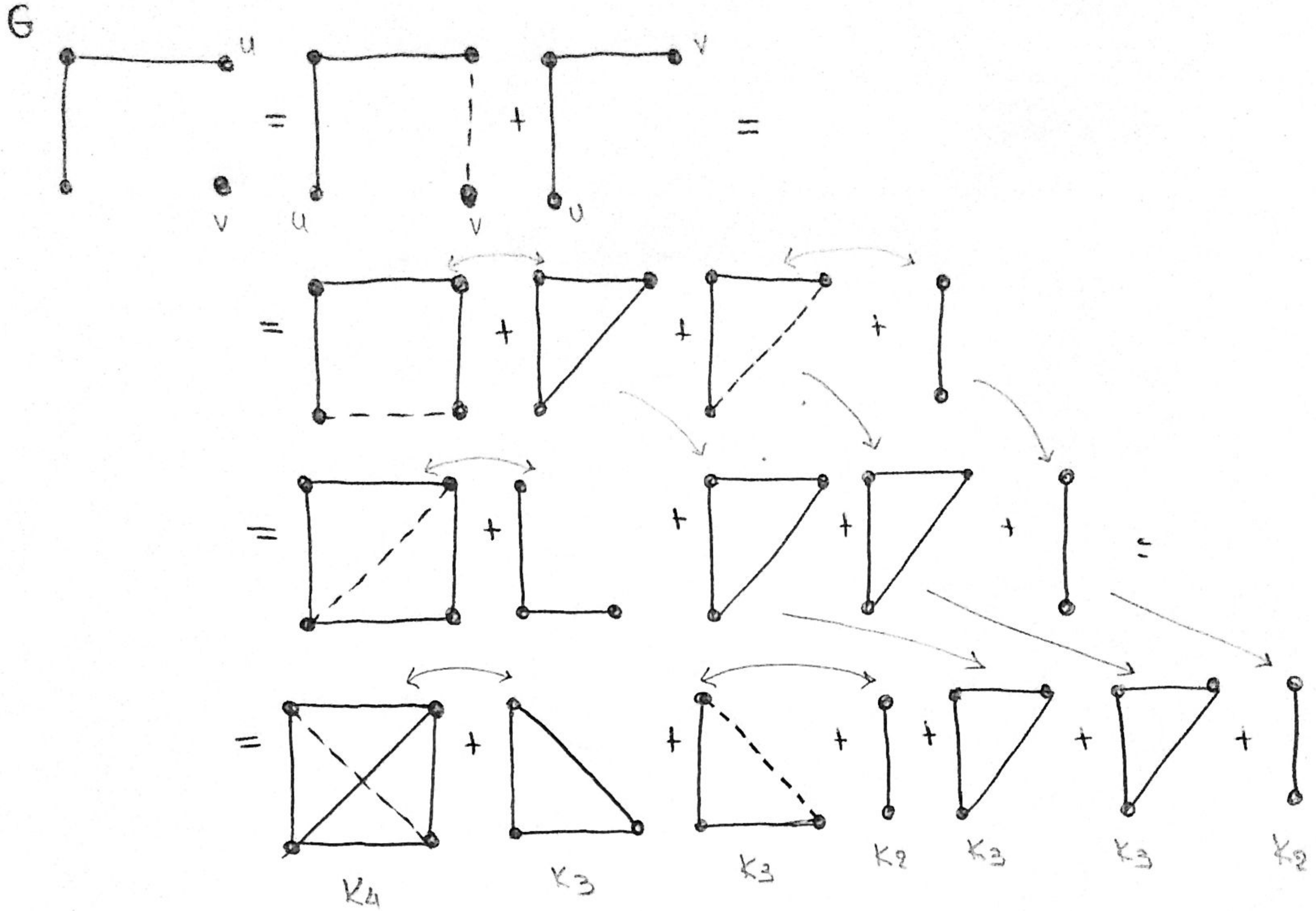
π.χ. Έστω ένα γράφημα G, και ψάχνουμε το χρωματικό του πολυώνυμο. (με (u,v) θα συμβολίζω κάθε φορά τις κορυφές που δεν ενώνονται)



$$P(G,K) = P(K_5,K) + 3P(K_4,K) + P(K_3,K) =$$

$$= K(K-1)(K-2)(K-3)(K-4) + 3K(K-1)(K-2)(K-3) + K(K-1)(K-2)$$

Άσκηση: Βρείτε το χρωματικό πολυώνυμο για το γράφημα G.



$$P(G,k) = P(K_4,k) + 4\cdot P(K_3,k) + 2\cdot P(K_2,k) =$$

$$= k(k-1)(k-2)(k-3) + 4k(k-1)(k-2) + 2k(k-1) =$$

$$= k(k-1)(k-2)\cdot\left[k-3+4\right] + 2k(k-1) =$$

$$= k(k-1)(k-2)(k+1) + 2k(k-1) =$$

$$= k(k-1)\cdot\left[(k-2)(k+1)+2\right] =$$

$$= k(k-1)\cdot\left[k^2+k-2k-\cancel{2}+\cancel{2}\right] =$$

$$= k(k-1)\cdot(k^2-k) =$$

$$= k(k-1)\cdot k\cdot(k-1) =$$

$$= k^2\cdot(k-1)^2$$